

# TÓPICOS DE CONTEÚDOS DA MATEMÁTICA

## UNIDADE IV

*GLAUCIO TESTA*

*SONIA MARIA DE CAMPOS SILVA*

*JOSÉ RICARDO DONATTI CORREIA*

# SOBRE OS AUTORES

## **Glaucio Testa**

Possui Licenciatura em Química pela Universidade Estadual de Maringá (2007) com habilitação em ensino de química, matemática e física, possui mestrado em Química pela Universidade Estadual de Maringá (2011). Tem experiência na área de Ensino. Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal do Paraná, campus Paranavaí.

## **Sonia Maria de Campos Silva**

Apresento aqui uma breve discriminação de minha carreira acadêmica e profissional. Sou Graduada em Pedagogia pela Universidade Luterana do Brasil em 2009. Especialista em Psicopedagogia e Gestão Escolar pela UNIVALE em 2010. Mestre em Gestão do Conhecimento nas Organizações pela UNICESUMAR em 2016. Com experiência na área da educação iniciando na Educação Infantil e Ensino Fundamental anos iniciais/ finais e Ensino Médio. Atualmente tutora mediadora no curso de Licenciatura em Pedagogia. Orientadora de Trabalho de Conclusão de Curso. Professora no curso de Pós-graduação. Tenho livros, artigos de periódicos, capítulos de livros publicados, e atualmente estou escrevendo este livro que irá auxiliar no conhecimento de mais pessoas que buscarem pelo aprendizado constante.

# **José Ricardo Donatti Correia**

Atua como Professor de Matemática na Rede Estadual de Ensino do Paraná, tendo realizado o Programa de Desenvolvimento Educacional - PDE, em 2008, desenvolvendo o tema Resolução de Problemas. Atua como Assessor Educacional da Prefeitura Municipal de Mandaguari.

# Introdução

Olá, prezado(a) aluno(a)! É com muita satisfação que apresentamos a você o livro intitulado Tópicos de Conteúdos da Matemática. Eu sou a professora Sonia e juntamente com o professor José Ricardo elaboramos esse material pensando na sua formação. Nesse sentido, esperamos que você não apenas folheie este livro, mas que ele, de fato, possa contribuir para as suas reflexões e para o entendimento das questões aqui apresentadas. Para isso, privilegiamos a utilização de alguns teóricos que contribuísem para essas reflexões, assim como priorizamos uma linguagem dialógica.

Para iniciar o livro, apresentaremos o capítulo I - Evolução histórica da Matemática - em que será exposto todo o processo histórico da Matemática: o pensamento filosófico dela, a evolução histórica de seu ensino, sua articulação com os diversos campos do conhecimento e as novas tecnologias e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática na atualidade. No capítulo II, designado como "Eixos conceituais da Matemática", abordaremos o conceito referente a números, operações, grandezas e medidas, espaço/forma e a teoria elementar dos conjuntos. No capítulo III, intitulado "Conceitos Matemáticos", desenvolveremos as expressões algébricas, produtos notáveis e fatoração, análise combinatória, Binômio de Newton e números complexos, sempre apresentando a teoria e a exemplificação quanto aos tópicos aqui demonstrados. No último capítulo, abordaremos questões referentes à Trigonometria e alguns conceitos Matemáticos, dessa forma, exploraremos o conceito que tange a polinômios, equações polinomiais, triângulos, trigonometria do triângulo retângulo.

Esperamos, caro(a) aluno(a), que você aproveite bem o seu livro! Vamos, então, para a unidade I.

## UNIDADE IV

# Trigonometria e alguns conceitos matemáticos

*Gláucio Testa*

*Sônia Maria de Campos Silva.*

*José Ricardo Donatti Correia*

Nesta unidade será tratado os polinômios e triângulos, sendo estes importantes para profissões ligadas a área das ciências exatas, como engenharia, matemática e na computação, entre outras áreas afins. Os polinômios são as expressões algébricas que se formam a partir da união de duas ou mais variáveis e constantes, que se relacionam por meio de operações de multiplicação, subtração ou adição. O triângulo é definido, como um: 1. Polígono de três ângulos e de três lados. 2. Qualquer objeto triangular. Para o ramo da geometria é considerado uma importante figura, pois é por meio deste que podemos estabelecer várias relações que são fundamentais, como o Teorema de Pitágoras, utilizado na geometria e na trigonometria.

# Polinômios

Os polinômios são as expressões algébricas que se formam a partir da união de duas ou mais variáveis e constantes, que se relacionam por meio de operações de multiplicação, subtração ou adição. São os polinômios que realizam diferentes cálculos, sendo possível chegar a uma função derivável. Esses cálculos são encontrados nos seus estudos e nas investigações, entre eles pode-se destacar a química, a física, até a economia.

No cálculo da soma ou da subtração de polinômios, você precisa agrupar os diferentes monômios e simplificar os que são semelhantes. Na multiplicação, irá multiplicar os termos de um polinômio pelos termos do outro, simplificando os monômios semelhantes.

Você precisa ficar atento(a) que os polinômios não são infinitos, não são formados por uma quantidade infinita de termos. Observe-se assim que a divisão é uma operação que nunca faz parte dos polinômios.

Uma das características dos polinômios é que, ao somar, subtrair ou multiplicar, o resultado obtido será sempre outro polinômio.



## Refleta

Quando o polinômio tem dois termos, é considerado binômio. Se tiver três termos, por outro lado, recebe o nome de trinômio.

Outro conceito relevante ao trabalhar com polinômios é a noção de grau. O grau do monômio é o expoente maior da sua variável: o grau do polinômio, por conseguinte, será o grau do monômio que tiver o grau mais alto.

FONTE **Conceito de polinômio - O que é, Definição e Significado**  
<<http://conceito.de/polinomio#ixzz49xNsoDxV>> .

É importante conhecer e estudar os polinômios em virtude de sua importância dentro da matemática e áreas afins. Os polinômios trazem em sua abordagem operações aritméticas desse conceito, bem como as propriedades desse elemento matemático. Os polinômios, a priori, constroem um plano conceitual relevante na álgebra e na geometria, quando se pretende calcular expressões que envolvem valores desconhecidos.

Ao pesquisar a definição de polinômio você irá encontrar uma abrangência em diversas áreas, podendo ter polinômios com apenas um termo na expressão algébrica, por exemplo:  $2x$ ,  $y$ ,  $4z$ ,  $2$ ,  $5$  etc. Como também possuir polinômios com uma infinidade de termos. Por exemplo:

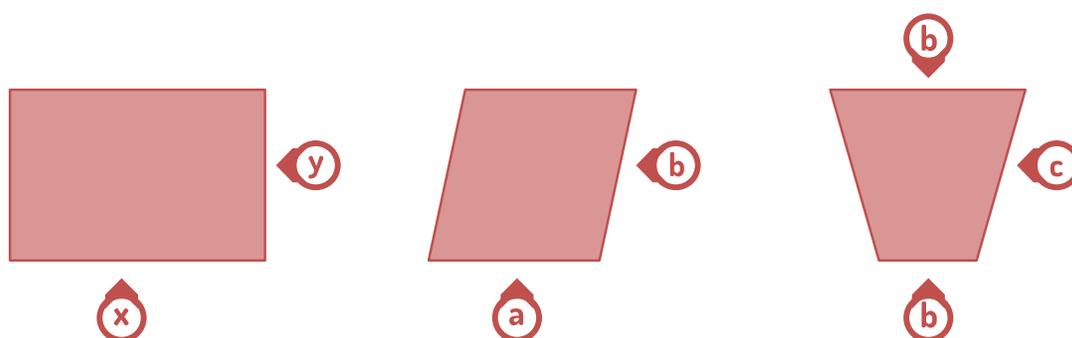
$$P(x) = a_n x^n + a_{(n-1)} x^{(n-1)} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Sendo assim, é possível notar que os polinômios são compostos por várias expressões algébricas, entre aquelas que envolvem apenas números, ou as que apresentam diversas letras, potências, coeficientes, entre outros elementos dos polinômios.

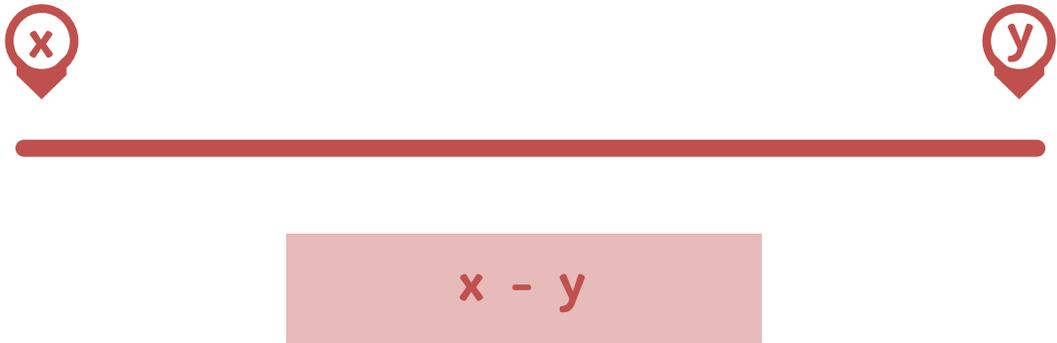
Explicando melhor os polinômios, se encontra em um âmbito da matemática denominada **ÁLGEBRA**, contudo a álgebra se correlaciona ao uso de letras, representativas de um número qualquer, com operações aritméticas. Com isso, pode assim, efetuar as operações aritméticas nos polinômios, que são: adição, subtração, divisão, multiplicação, potenciação e radiciação.

Vamos aos exemplos:

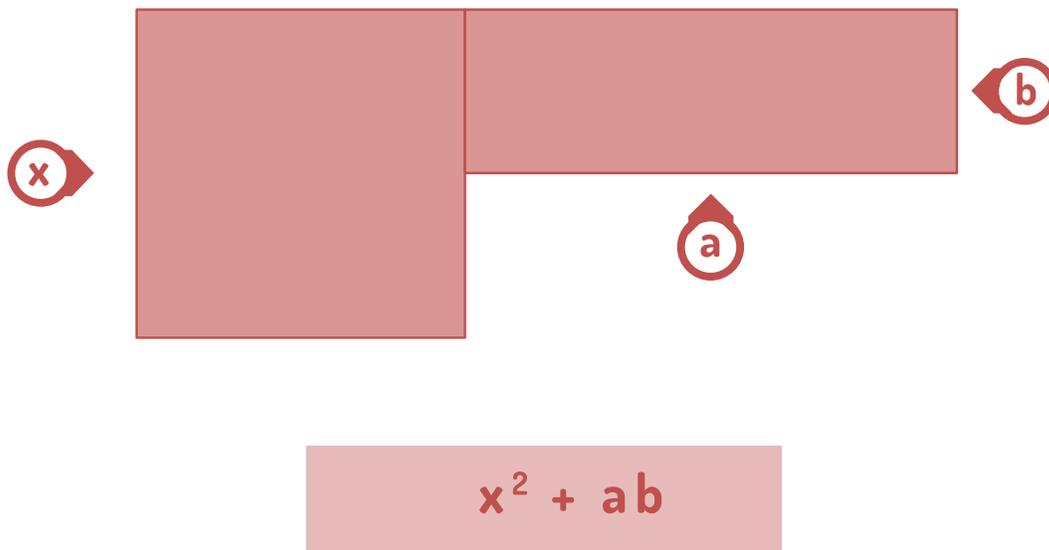
Perímetros de figuras planas



Cálculo de distâncias



Cálculo de áreas



Sendo que todo monômio é considerado polinômio.

Os monômios integrantes de um polinômio são chamados termos do polinômio.

- $5xy$  é um monômio que pode ser considerado um polinômio, em que  $- 5$  é o coeficiente e  $xy$  é a parte literal.
- $- 5x + 3$  é uma expressão algébrica polinomial, em que  $- 5$  e  $+ 3$  são os coeficientes e  $x$  é a variável e parte literal.

Um polinômio pode conter somente um monômio ou uma infinidade de monômios. Veja a representação da fórmula geral para a expressão polinomial.

$$a_n x^n + a_{(n-1)} x^{(n-1)} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Em geral, um monômio é formado por uma parte numérica (coeficiente) e uma parte literal.

## Fique por dentro

Em meados do século XXI, com o desenvolvimento da álgebra abstrata e da teoria dos corpos comutativos, conseqüentemente, deu-se o desenvolvimento dos polinômios, principalmente após os trabalhos de Gauss e Galois.

Porém não podíamos deixar de citar Kronecker, que muito contribuiu na teoria dos polinômios, mostrando a independência da teoria dos números algébricos com relação ao teorema fundamental da álgebra (Gauss), mostrando que todo corpo de números algébricos (de grau finito) é isomorfo a um corpo de restos  $\mathbb{Q}[x]/(f)$ , onde  $f$  é um polinômio irredutível sobre  $\mathbb{Q}$ .

10 maio 2016. FONTE .

## Grau de um polinômio

Em um polinômio, o termo de mais alto grau que possui um coeficiente não nulo é denominado termo dominante e o coeficiente deste termo é o coeficiente do termo dominante. O grau de um polinômio  $p=p(x)$  não nulo, é o expoente de seu termo dominante, que aqui será denotado por  $gr(p)$ .

Acerca do grau de um polinômio, segue algumas observações relevantes:

- Um polinômio nulo não tem grau, sendo que não possui termo dominante.
- Quando o coeficiente do termo dominante de um polinômio for igual a 1, o polinômio será denominado mônico.

- O polinômio pode ser sequenciado segundo as suas potências em ordem crescente ou decrescente.
- Quando existir um ou mais coeficientes nulos, o polinômio será conhecido como incompleto.
- Agora se o grau de um polinômio incompleto for  $n$ , o número de termos deste polinômio será menor do que  $n+1$ .
- Um polinômio será completo quando possuir todas as potências consecutivas desde o grau mais alto até o termo constante.
- Se o grau de um polinômio completo for  $n$ , o número de termos deste polinômio será exatamente  $n+1$ .

Não assuste se você encontrar apenas uma letra  $p$  para representar a função polinomial  $p=p(x)$  e  $P[x]$  este é o conjunto de todos os polinômios reais em  $x$ . Em que poderá determinar o grau do polinômio por meio do expoente máximo que ele possui em relação a variável.

Observe isso nos exemplos a seguir:

$$2x^2 + x$$

- $2x^2$ : Coeficiente 2, Variável  $x$ , Grau 2
- $x$ : Coeficiente 1, Variável  $x$ , Grau 1
- Expoente Máximo do polinômio: 2
- Grau: Polinômio de 2° grau

$$y^3 - 2y^2$$

- $y^3$ : Coeficiente 1, Variável  $y$ , Grau 3
- $2y^2$ : Coeficiente 2, Variável  $y$ , grau 2
- Expoente Máximo do polinômio: 3
- Grau: Polinômio de 3° grau

# Os Polinômios iguais

Dois polinômios podem ser denominados iguais ou idênticos, quando assumem os mesmos valores numéricos para os coeficientes correspondentes. Veja, a seguir, um exemplo:

Exemplo: determine os coeficientes do polinômio  $ay^2 + by + c$ , para que ele seja igual ao polinômio  $y^2 + 3y + 1$ .

$$ay^2 + by + c = y^2 + 3y + 1$$

Para que os polinômios sejam iguais, seus coeficientes devem ser idênticos, sendo assim, os coeficientes do polinômio  $ay^2 + by + c$ , são:

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$c = 1$$

Agora é possível verificar a igualdade entre os dois polinômios:

$$1y^2 + 3y + 1 = 1y^2 + 3y + 1$$

# Divisão de Polinômios

Ao dividir polinômios é preciso utilizar o algoritmo da divisão, o mesmo está representado a seguir:

$$P(x) \mid D(x)$$

$$R(x) \quad Q(x)$$

$P(x)$  é o dividendo.

$D(x)$  é o divisor.

$Q(x)$  é o quociente.

$R(x)$  é o resto da divisão.

Do algoritmo da divisão, obtemos a relação:

Dividendo = Divisor. Quociente + Resto

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Quando  $R(x) = 0$ , dizemos que a divisão é exata, ou seja,  $P(x)$  é divisível por  $D(x)$  ou  $D(x)$  é divisor de  $P(x)$ . Para compreender melhor a divisão de polinômios, observe o exemplo a seguir:

## Exemplo

efetue a divisão de  $P(x) = 4x^2 - 2x + 3$  por  $D(x) = 2x - 1$

$$4x^2 - 2x \mid 2x - 1$$

$$- 4x^2 + 2x \quad 2x$$

0

$$\text{Logo: } P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$4x^2 - 2x = (2x - 1) \cdot 2x + 0$$

# Equações Polinomiais

Equação polinomial ou algébrica é conhecida como toda a equação da forma  $p(x) = 0$ , em que  $p(x)$  é um polinômio. Veja no exemplo a seguir:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \text{ de grau } n, \text{ com } n \geq 1.$$

$$x^4 + 9x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$10x^6 - 2x^5 + 6x^4 + 12x^3 - x^2 + x + 7 = 0$$

$$x^8 - x^6 - 6x + 2 = 0$$

$$x^{10} - 6x^2 + 9 = 0$$

Verifica-se assim que as raízes de uma equação polinomial cria o conjunto solução da equação. Nas equações em que o grau é 1 ou 2, a maneira de resolver é menos complicada e prática. Já nos casos em que o grau dos polinômios é 3 ou 4, há expressões para se chegar a solução.

## Teorema Fundamental da Álgebra (TFA)

As equações polinomiais  $p(x) = 0$ , de grau  $n$  onde  $n \geq 1$ , aceitam pelo menos uma raiz complexa.

Veja no exemplo 1.

Encontre o valor do coeficiente  $K$ , em que 2 é a raiz da equação:

$$2x^4 + kx^3 - 5x^2 + x - 15 = 0$$

Se 2 é raiz da equação, então podemos ter:

$$2(2)^4 + k(2)^3 - 5(2)^2 + 2 - 15 = 0$$

$$2 \cdot 16 + k \cdot 8 - 5 \cdot 4 + 2 - 15 = 0$$

$$32 + 8k - 20 + 2 - 15 = 0$$

$$8k + 34 - 35 = 0$$

$$8k - 1 = 0$$

$$8k = 1$$

$$k = 1/8$$

Assim, o valor do coeficiente  $k$  é  $1/8$ .

## Exemplo 2

Determine o valor de  $m$ , em que  $-3$  é raiz da equação:  $mx^3 + (m + 2)x^2 - 3x - m - 8 = 0$ .

Temos que:

$$m(-3)^3 + (m + 2)(-3)^2 - 3(-3) - m - 8 = 0$$

$$m(-27) + (m + 2)(9) + 9 - m - 8 = 0$$

$$-27m + 9m + 18 + 9 - m - 8 = 0$$

$$-27m + 9m - m = 8 - 18 - 9$$

$$-19m = -19$$

$$m = 1$$

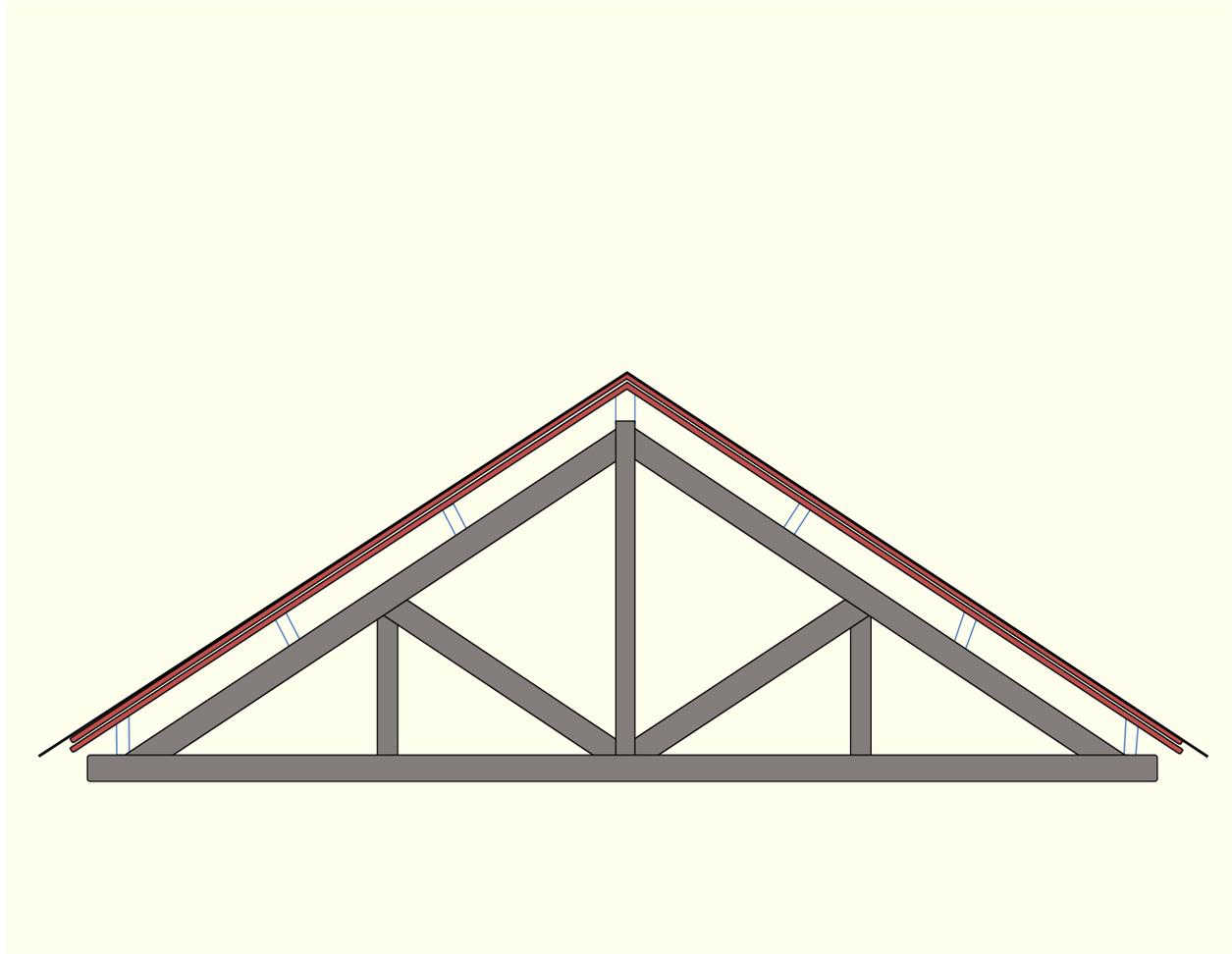
Temos o valor  $m = 1$

[~inserir correção~]

# Triângulos

O triângulo é definido, de acordo com o dicionário Michaelis (2016, on-line) como um "1 Polígono de três ângulos e de três lados. 2 Qualquer objeto triangular". Para o ramo da geometria é considerado uma importante figura, pois é por meio deste que podemos

estabelecer várias relações que são fundamentais, como o Teorema de Pitágoras, utilizado na geometria e na trigonometria (SILVA, 2016).

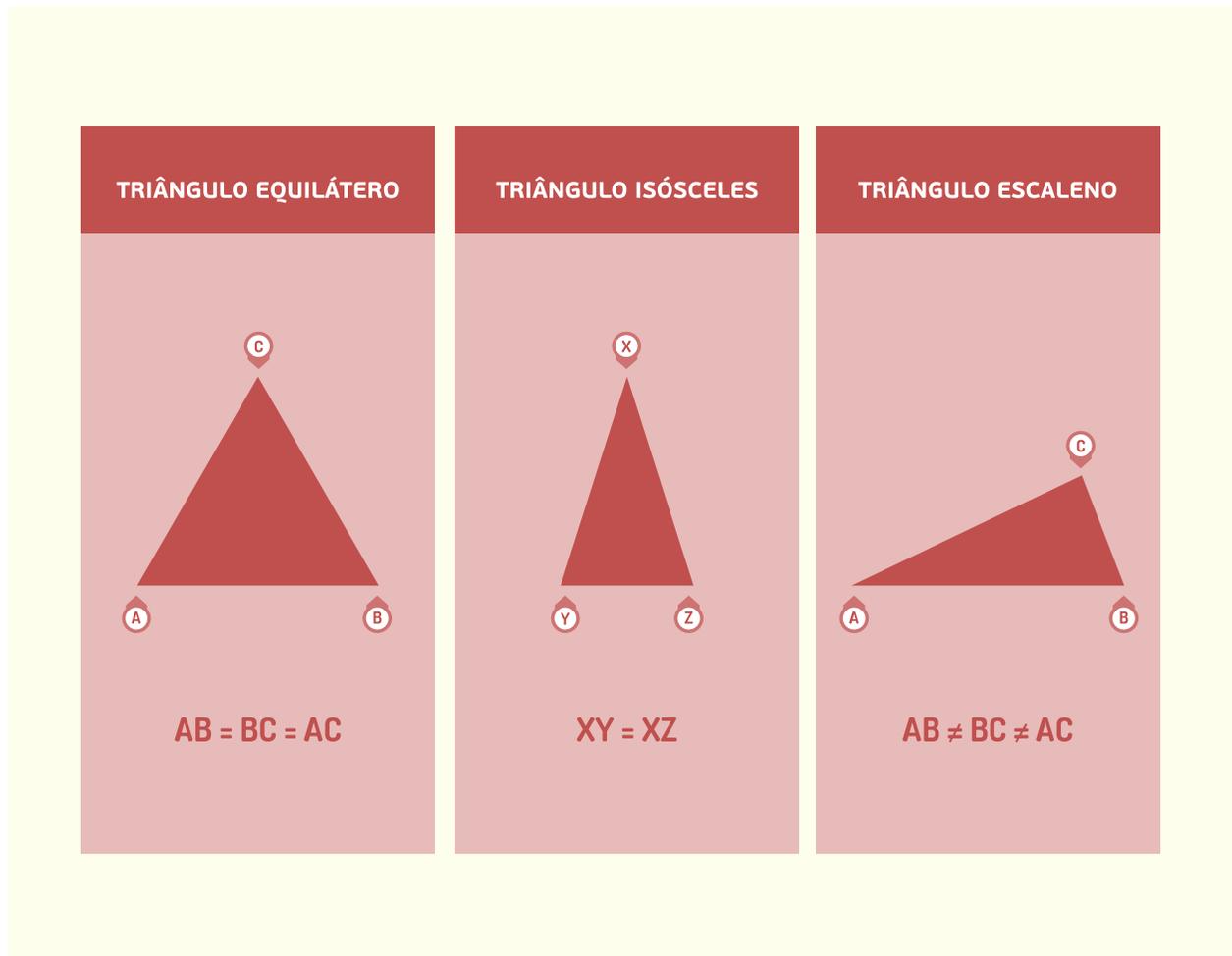


4FIGURA 1.9 - Demonstração de triângulo. FONTE: Silva (2016)

Silva (2016) destaca que o triângulo é um polígono formado por três segmentos de retas que se cruzam, duas a duas, o que forma três vértices, três ângulos e três lados. Os triângulos podem ser classificados quanto ao seu tamanho, à medida dos seus lados e à medida dos seus ângulos. A classificação dos triângulos quanto às medidas dos seus lados consiste em:

- **Triângulo equilátero:** possui os seus três lados com as medidas iguais.

- **Triângulo isósceles:** possui dois dos seus lados com medidas iguais.
- **Triângulo escaleno:** possui os seus três lados com medidas diferentes.

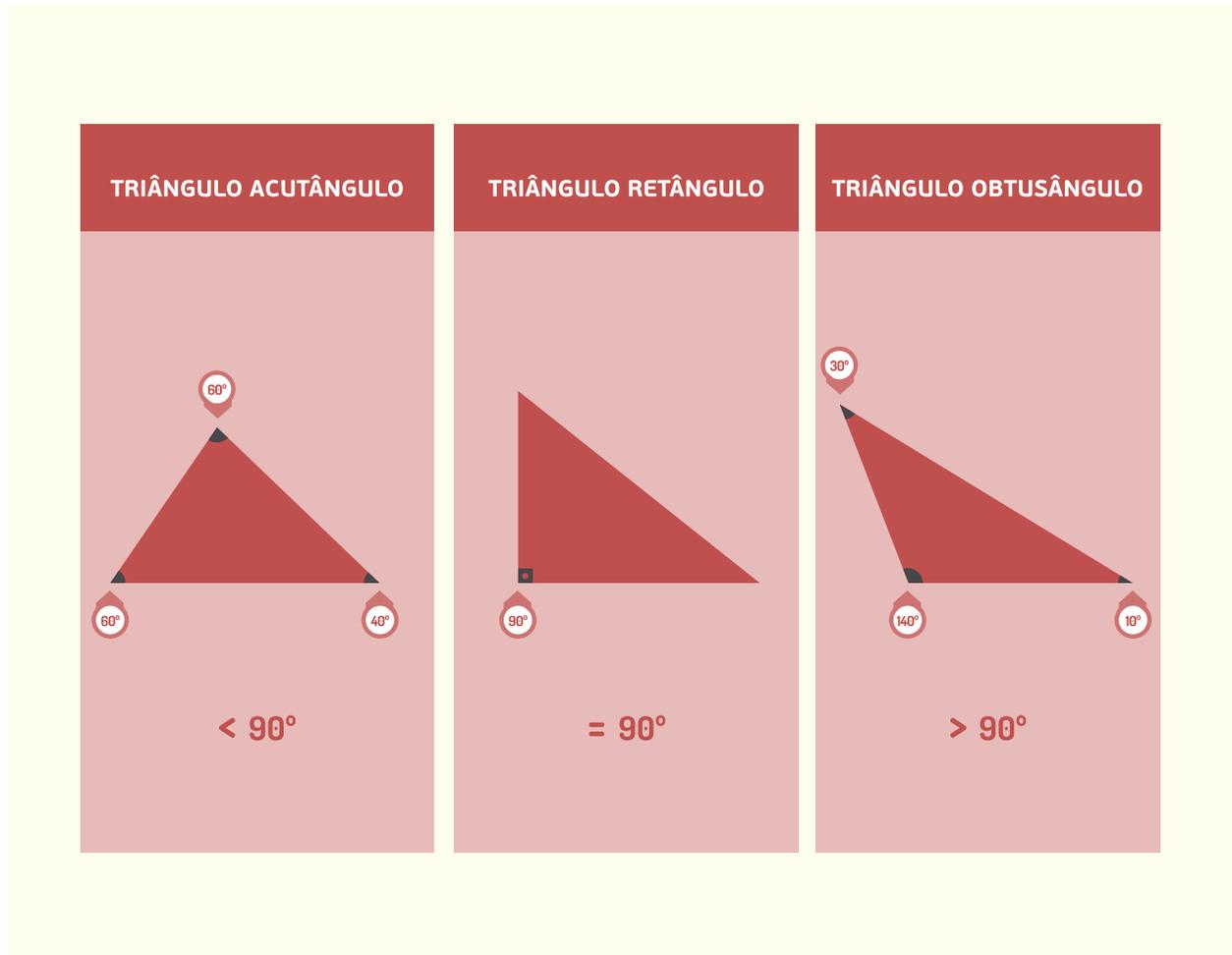


4FIGURA 2.9 - Classificação dos triângulos quanto às medidas dos seus lados. FONTE: Silva (2016)

A classificação dos triângulos quanto à medida dos seus ângulos, segundo Silva (2016) são:

- **Triângulo acutângulo:** esse triângulo possui todos os ângulos com suas medidas menores que  $90^\circ$ .
- **Triângulo retângulo:** esse triângulo possui seus ângulos com medida igual a  $90^\circ$ .

- **Triângulo obtusângulo:** possui seus ângulos obtusos com medidas maiores que  $90^\circ$ .



4FIGURA 3.9 - Classificação dos triângulos quanto à medida dos seus ângulos FONTE: Silva (2016)

## Indicação de leitura

**Nome do livro:** De qualquer ângulo triângulo é triângulo

**Editora:** Rideel

**Autor:** José Carlos Aragão

ISBN: 978853393121-3

Com uma estrutura forte de dar inveja, o triângulo costuma se fazer presente em muitos ambientes. Independentemente da aparência adquirida - equilátero, escaleno ou isósceles -, sua essência é sempre a mesma: uma vez triângulo, sempre triângulo! As figuras geométricas estão presentes nos objetos de nosso dia a dia, na natureza, nas construções, nas obras de arte, etc. A mesa de refeições de nossa casa, por exemplo, pode ser redonda, quadrada, retangular... E em uma quadra poliesportiva? Tudo é Geometria: pontos, retas, círculos, semicírculos, retângulos, ângulos! Depois da leitura desta Coleção, seu olhar não será mais o mesmo, porque você passará a ver a Geometria escondida nos mínimos detalhes. Aventure-se sem medo nessa descoberta!

05 jul. 2016. FONTE .

# Trigonometria

A trigonometria consiste em uma área da matemática que trata das relações entre os lados e os ângulos do triângulo. Doria (2007) destaca que a trigonometria começou de forma prática, pois possuía como objetivo determinar as distâncias que não podiam ser medidas diretamente, servindo para a navegação a astronomia e a agrimensura.

O triângulo neste contexto consiste no elemento mais simples após o ponto e a reta, de acordo com Doria (2007):

---

Desde a antiguidade o raciocínio lógico-dedutivista está sempre baseado numa estratégia redutivista, onde entendemos o todo a partir dos elementos mais simples. Na geometria, o átomo é o triângulo. A experiência com a determinação das distâncias e dos comprimentos, muito comum na agrimensura e na astronomia, mostrou-nos que o conhecimento das relações métricas entre os lados e ângulos de um triângulo é extremamente útil para a solução de problemas .

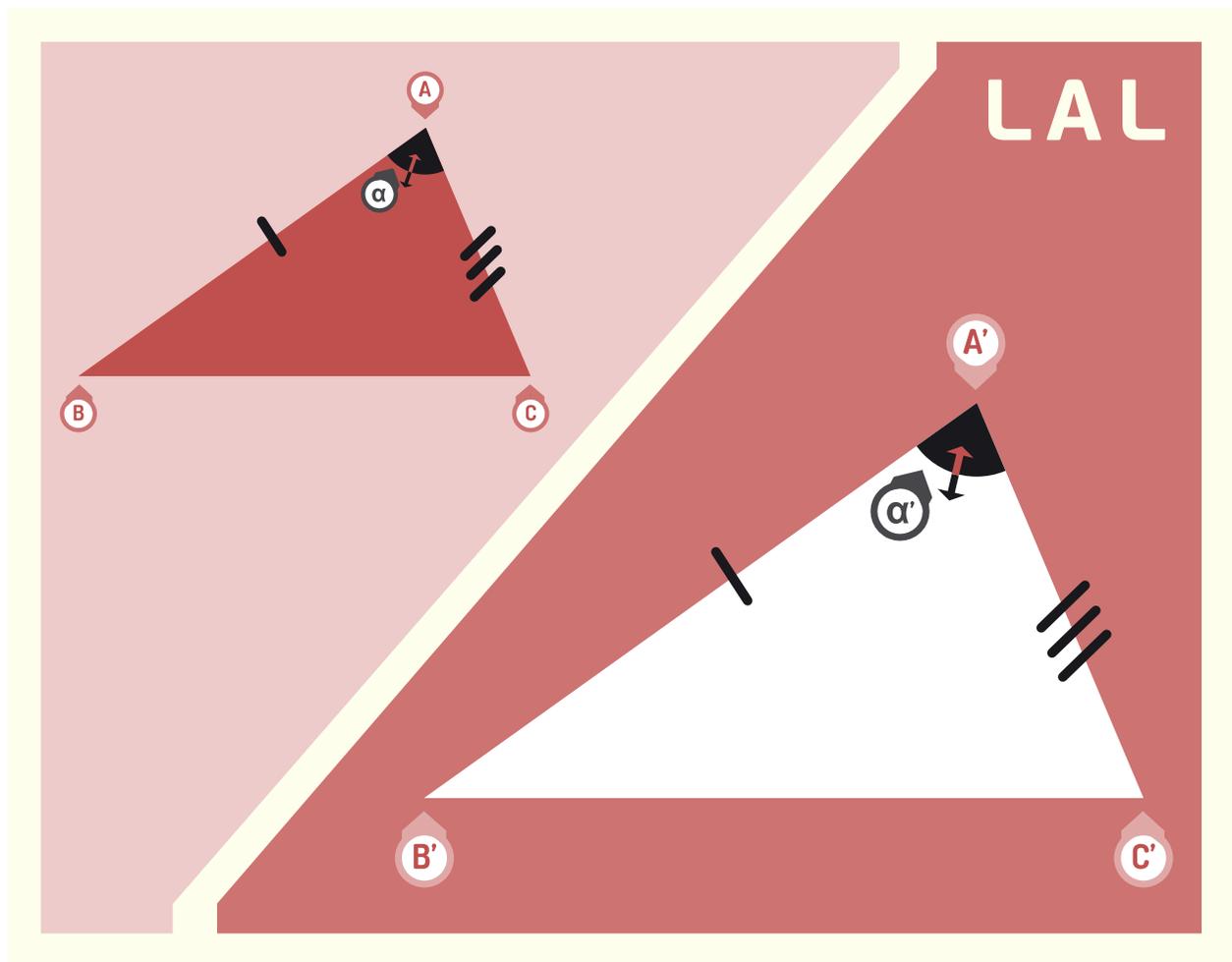
Doria (2007, pp.30-31)

De acordo com o axioma de congruência se fixarmos o comprimento de dois lados do triângulo e sua medida, formado entre eles (LAL) então todas as medidas dos lados e dos ângulos do triângulo serão fixadas, de acordo com Doria (2007).

---

Os axiomas de congruência expressam a ideia de congruência ou de superposição. A ideia intuitiva que se procura precisar com a noção de congruência é a de que dois segmentos ou ângulos congruentes têm a mesma medida ou podem ser superpostos por um movimento rígido do plano, ou seja, por uma aplicação que não distorça as figuras. Essa noção de congruência de segmentos e ângulos será naturalmente estendida aos triângulos, onde obteremos teoremas que nos dão condições suficientes para a congruência de triângulos .

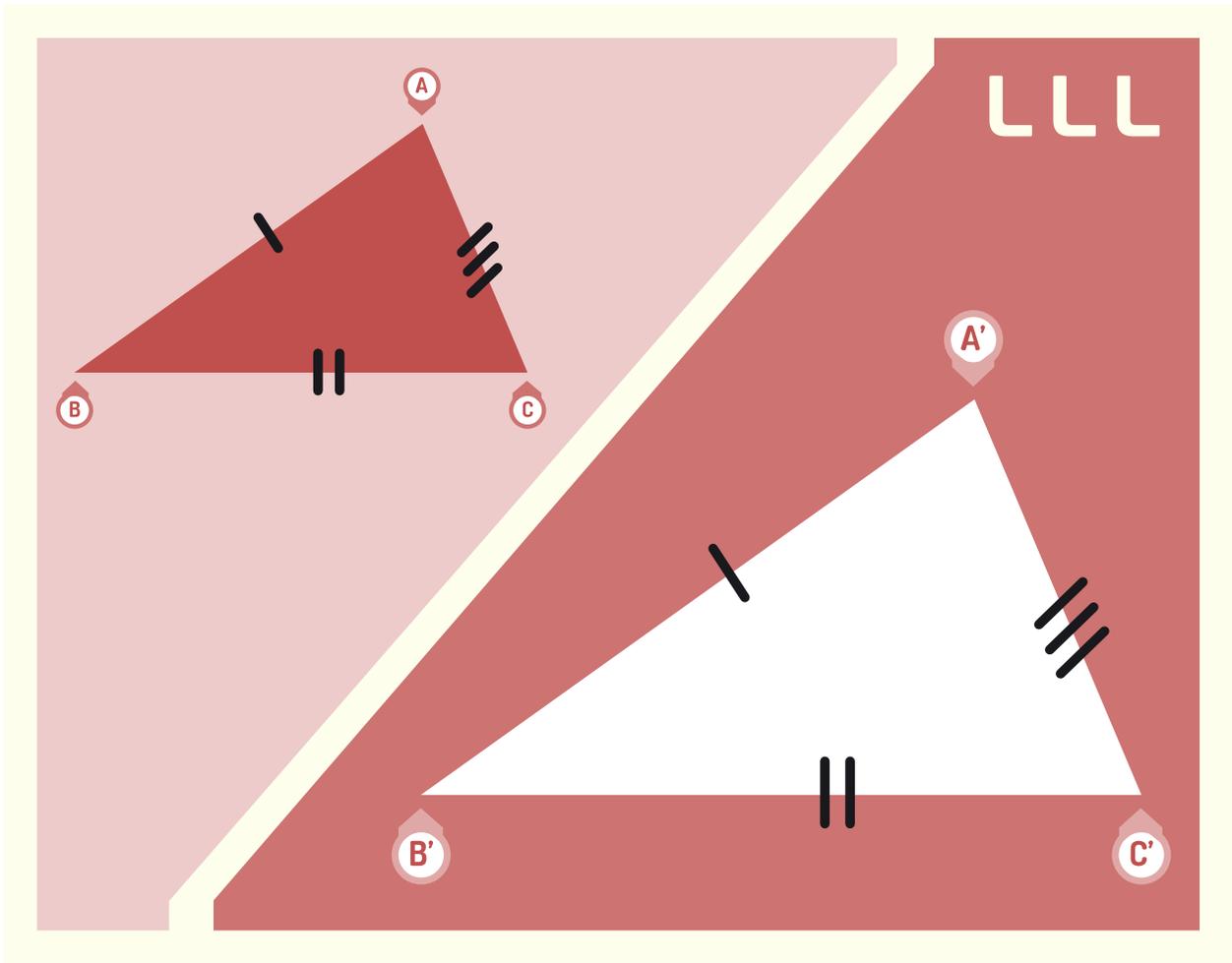
(MANFIO, 2016)



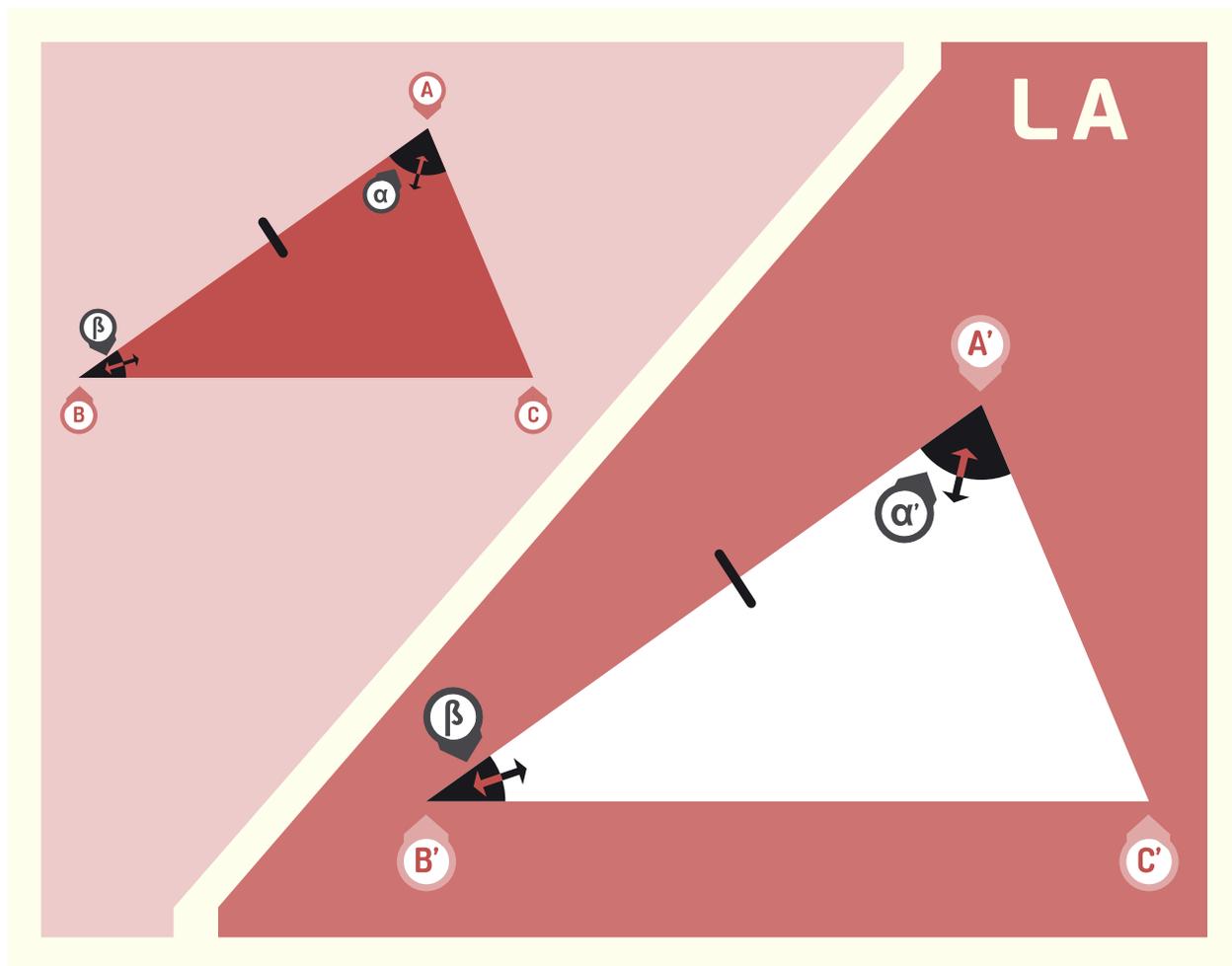
4FIGURA 4.9 - LAL (lado-ângulo-lado) FONTE: Autor

Neste contexto, temos outros três tipos de casos de congruência em consequência dos axiomas, sendo estes:

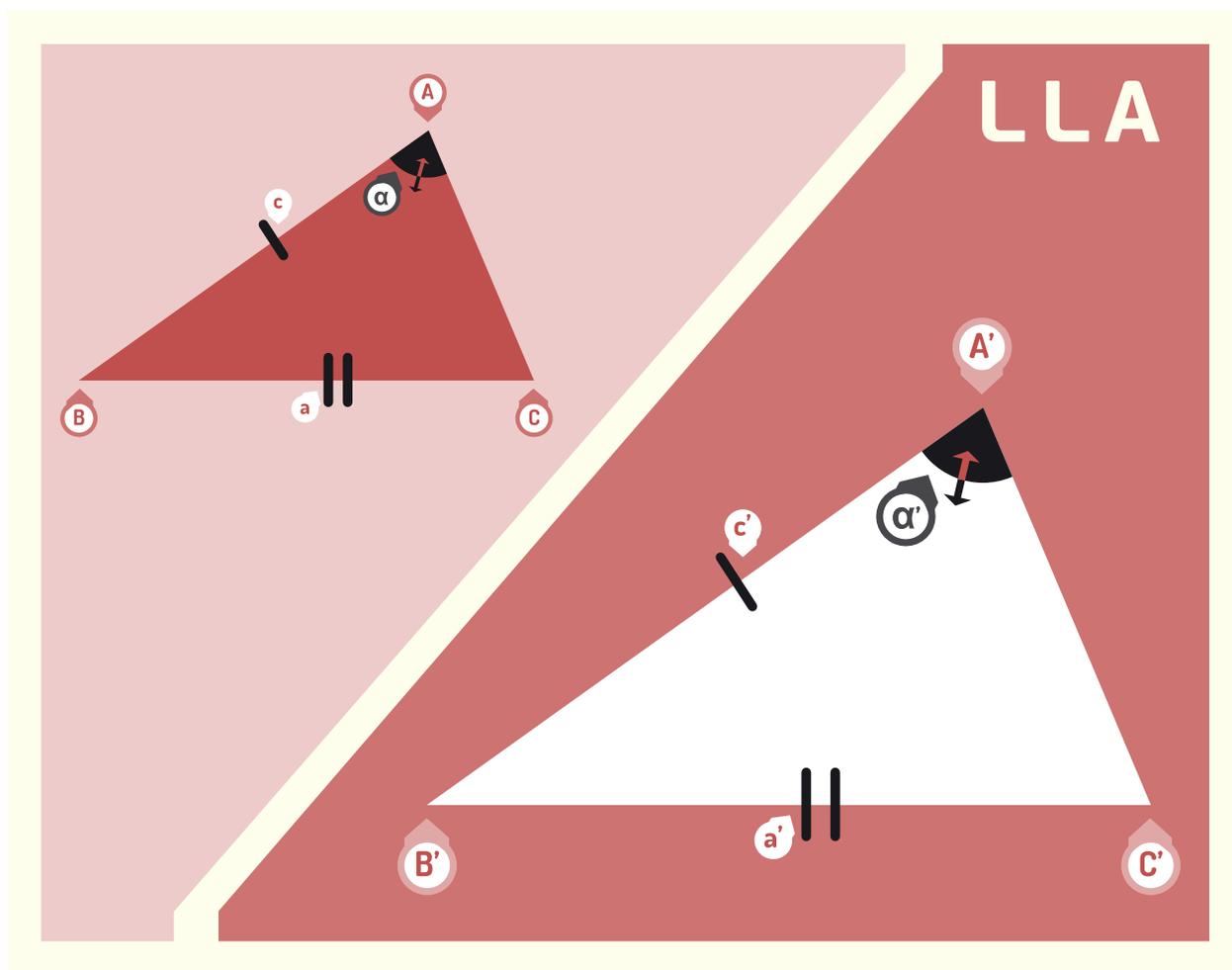
1. LLL (lado-lado-lado);
2. LA (ângulo-lado-ângulo);
3. LLA (lado-lado-ângulo).



4FIGURA 5.9 - LLL (lado-lado-lado) FONTE: Autor



4FIGURA 6.9 - LA (ângulo-lado-ângulo) FONTE: Autor



4FIGURA 7.9 - LLA (lado-lado-ângulo) FONTE: Autor

Para Doria (2007), em todos os casos de congruência, se as medidas dos elementos forem fixadas, todas as outras medidas relativas ao triângulo também serão fixadas, e tarefa que cabe será determiná-las. Estas relações são denominadas relações métricas em triângulos.



## Indicação de leitura

**Nome do livro:** Trigonometria

**Editora:** Hemus

**Autor:** P. Abbot

**ISBN:** 8528903990

Duas importantes dificuldades surgem quando um livro deste tipo é planejado: em primeiro lugar, aqueles que o utilizarem poderão desejar aplicá-lo nas mais variadas maneiras e estarão envolvidos com problemas amplamente diferentes para os quais a Trigonometria fornece a solução; em segundo lugar, o conhecimento matemático prévio da parte dos leitores variará consideravelmente. Para a primeira destas dificuldades pode haver apenas uma solução. O livro não pode fazer mais que incluir as partes fundamentais e comuns às necessidades de todos aqueles que necessitem de Trigonometria para resolver seus problemas. Tentar trabalhar as aplicações técnicas do tema em tantas direções diferentes seria impossível dentro dos limites de um pequeno volume. Além disso, estudantes de vários níveis achariam o livro sobrecarregado pela inclusão de assuntos que, embora úteis para alguns, seriam indesejados para outros. Onde foi possível e desejado, o comportamento de certos aspectos do tema em relação a problemas técnicos foi indicado, mas, em geral, o livro ajuda a preparar o estudante para que ele esteja em condições de aplicar a seus próprios problemas os princípios, regras e fórmulas que formam a base necessária para aplicações práticas. A segunda dificuldade foi decidir quais temas introdutórios da matemática deveriam ser incluídos no volume para que este pudesse ser compreensível aos estudantes com um pequeno preparo matemático prévio. O estudo da Trigonometria não pode ser iniciado sem o conhecimento da Aritmética, uma certa quantidade de álgebra, e certa familiaridade com os fundamentos da Geometria. Sumário: Fundamentos geométricos; Expoentes e logaritmos; As funções trigonométricas; Relações entre funções trigonométricas; Funções trigonométricas e ângulos do segundo quadrante; Funções trigonométricas de ângulos compostos; Relações entre lados e ângulos de um triângulo; Solução de triângulos; Problemas práticos envolvendo a solução de triângulos; Medidas

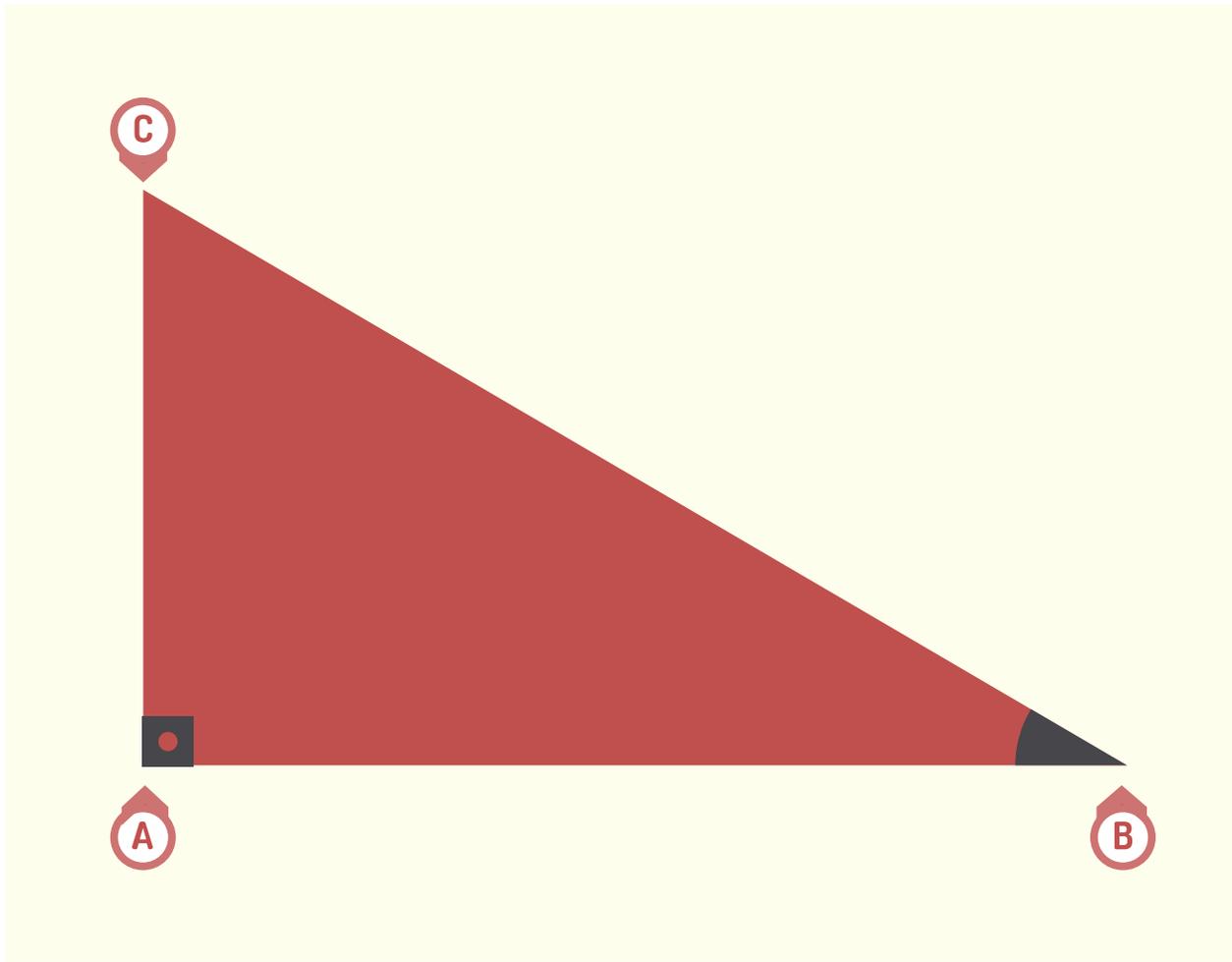
circulares; Funções trigonométricas de ângulos de qualquer magnitude; Equações trigonométricas; Resumos de fórmulas trigonométricas; Respostas; Tábua de logaritmos.

05 jul. 2016. FONTE .

# Trigonometria do triângulo retângulo

O triângulo consiste em uma figura geométrica plana, que é composta por três lados e três ângulos, sendo estes internos. Estes ângulos são medidos em uma unidade de medida chamada grau, e cada um tem uma medida que varia de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ , e a soma das medidas dos ângulos, de qualquer triângulo é  $180^\circ$ .

No caso do triângulo retângulo são definidas as "razões trigonométricas" que consiste nas relações estabelecidas entre os lados do triângulo, que possuem propriedade de determinar a medida dos ângulos do triângulo, tendo em vista que seus lados são conhecidos.



4FIGURA 8.9 - Triângulo retângulo FONTE: Autor

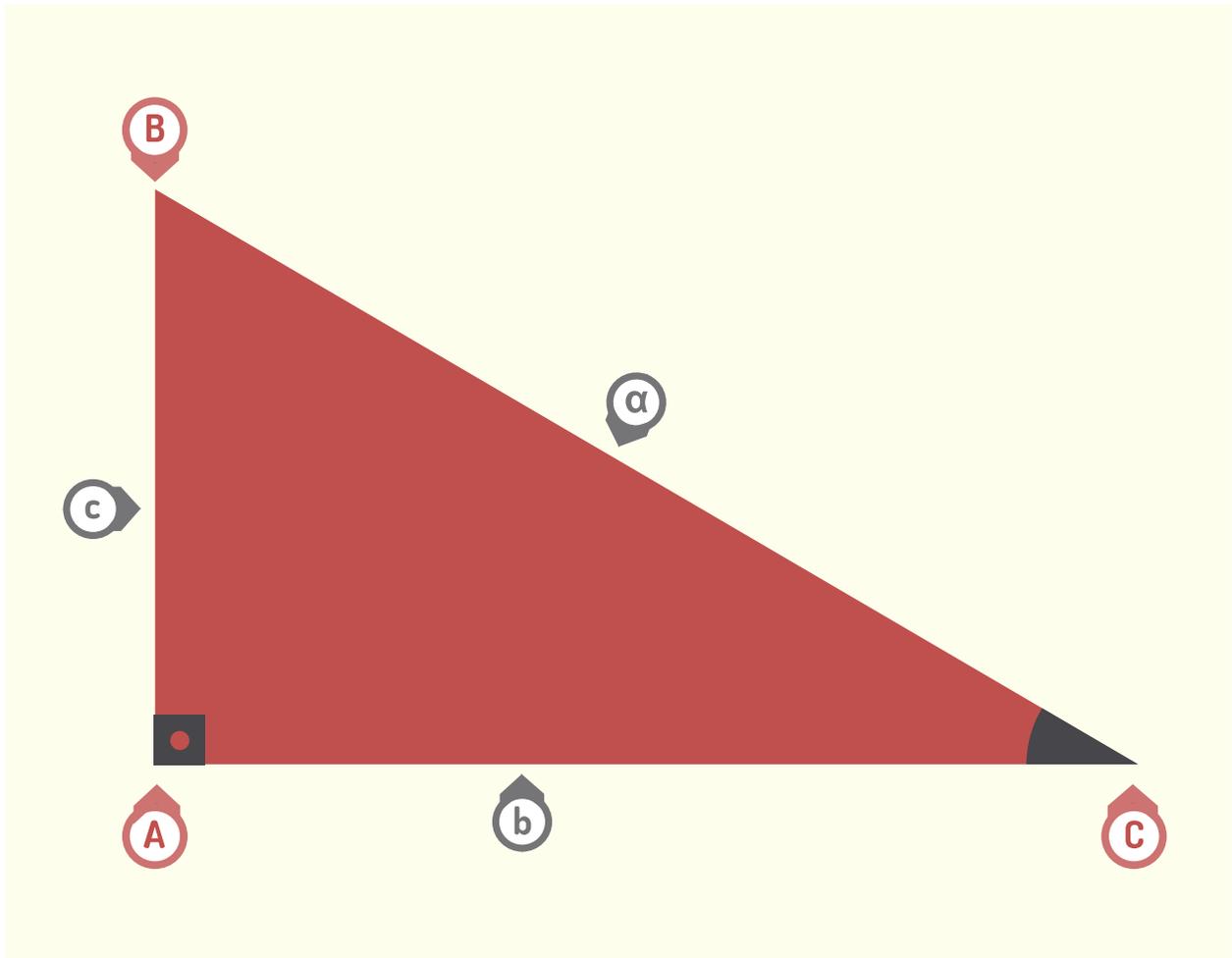
No triângulo retângulo existem algumas relações que são importantes, uma delas é o Teorema de Pitágoras, que possui a seguinte máxima “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa” (SILVA, 2016). Essa relação estabelecida é muito importante na geometria, atendendo a inúmeras situações envolvendo as medidas.

As relações existentes no triângulo retângulo de caráter trigonométrico admitem três casos: o seno, o cosseno e a tangente. Neste sentido, seguem as possibilidades:

- **Seno:** cateto-oposto / hipotenusa;
- **Cosseno:** cateto-adjacente / hipotenusa;

- **Tangente:** cateto-oposto / cateto-adjacente.

Silva (2016) apresenta um exemplo de relações de acordo com o triângulo BAC, com lados medindo A, B e C.



4FIGURA 9.9 - Triângulo BAC, com lados medindo A, B e C FONTE: Silva (2016)

Neste exemplo, temos:

$$\text{seno} - B = b/a$$

$$\text{cosseno} - B = c/a$$

$$\text{tangente} - B = b/c$$

$$\text{seno} - C = c/a$$

$$\text{cosseno} - C = b/a$$

$$\text{tangente} - C = c/b$$

Neste sentido, é possível afirmar que a trigonometria possui sua aplicação prática no nosso cotidiano, relacionadas às áreas de Astronomia, Navegação, Física, Geometria, entre outros.



Para saber mais sobre a trigonometria do triângulo retângulo leia o artigo "Trigonometria do Triângulo Retângulo: uma abordagem prática para a construção de conceitos", de Ana Berenice Pedroso Biazutti Celso e Francinildo Nobre Ferreira.

Fonte: .

# Conclusão

Prezado(a) aluno(a), o livro que se intitula "Tópicos de Conteúdos da Matemática" teve como objetivo levá-lo(a) ao domínio de uma fundamentação teórico em relação aos conceitos matemáticos.

Desse modo, desejamos que, ao finalizar a leitura deste livro, os seus conhecimentos tenham sido enriquecidos e ampliados, isto é, que você tenha analisado e compreendido os conteúdos abordados; como a história da matemática que permite uma visão mais ampla e contextualizada da disciplina, interligando-a com diversos campos do conhecimento, respeitando suas especialidades. A história teve como intuito mostrar que a matemática tem um processo histórico, é uma construção feita por meio do homem, advinda das necessidades práticas construídas para atender certas demandas da sociedade.

Que você tenha entendido o assunto relacionado aos números, os quais englobaram os cinco conjuntos numéricos da Matemática analisando os seus elementos e suas peculiaridades. As Operações, as propriedades de cada uma das quatro operações básicas. As Grandezas e medidas, sua história. Estudado também como as crianças têm o primeiro contato com o espaço e como elas se desenvolvem nele. Uma apresentação sucinta sobre a linguagem de conjuntos, procurando mostrar a inserção natural desse conceito nos vários campos da Matemática.

Por fim, que tenha ficado claro os conceitos matemáticos, envolvendo expressões algébricas, produtos notáveis e fatoração, a fatoração de polinômios, a análise combinatória, Binômio de Newton e os números complexos.

Que os questionamentos possam levar também a uma análise relacionada ao papel da escola e a inter-relação com a família. Sabemos que essa atuação exerce influência direta na melhoria da qualidade do ensino, uma vez que a aprendizagem que se concretiza no espaço da sala de aula é uma extensão dos mecanismos utilizados pelos familiares e sociedade, cujas ações estão pautadas na função social da escola que é a socialização dos conteúdos historicamente acumulados pela humanidade e o foco que corresponde ao conhecimento científico de todos.

Nessa perspectiva, cabe a nós, a você, enfim, aos trabalhadores da educação, buscarmos cada vez mais a consolidação e a renovação das práticas pedagógicas sendo uma necessidade fundamental, principalmente no que se refere ao ensino da matemática. Nossas discussões apontaram para uma visão explicativa dos conceitos matemáticos, por isso o professor deve ser criativo nesse momento de explicação, para que o seu aluno possa compreender os conteúdos que fazem parte do currículo da disciplina em questão, assim, contribuir para a construção de uma escola articulada dialeticamente com a transformação social.

# Referências

ANDRADE, D.; NOGUEIRA, C. M. I. *Conceitos básicos em educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*. Maringá, Pr: EDUEM, 2011.

**AULAS DA MAY. Binômio de Newton - Fórmula do Termo Geral.**  
<<http://aulasmayleone.blogspot.com.br/2015/01/binomio-de-newton-formula-do-termo-geral.html>>

BELLEMAIN, P. M. B.; FIGUEIREDO, L. *Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental* Natal: Editora da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2002.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2 ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher/Edusp,1996.

**CAMPAGNER, Carlos Alberto. Equações polinomiais: Raízes múltiplas, raízes racionais, reais e complexas.** <<http://educacao.uol.com.br/disciplinas/matematica/equacoes-polinomiais-raizes-multiplas-raizes-rationais-reais-e-complexas.htm>>

**CORTELLA, M. S.. Informatofobia e Informatolatria: Equívocos na Educação.**  
<<http://www.inep.gov.br/pesquisa/bbe-online/det.asp?cod=51889>>

COURANT, R. R. H. *O que é Matemática?* Rio de Janeiro: Moderna, 2000.

D'AMBROSIO, U. *A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-270.

**DICIONÁRIO PRIBERAM DA LÍNGUA PORTUGUESA [em linha], 2008-2013. Álgebra.**  
<<http://www.priberam.pt/dlpo/Algebra>>

\_\_\_\_. **Algébrica.** <<http://www.priberam.pt/dlpo/Algébrica>>

\_\_\_\_. **Expressão.** <<http://www.priberam.pt/dlpo/expressão>>

DORIA, Celso Melchiades. *Geometria II*. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2007.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas, SP: Unicamp, 1995.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto. *Matemática: Volume único*. São Paulo: Atual, 2002.

KARLSON, P. *A magia dos números*. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

**MANFIO, Fernando. Fundamentos da Geometria. 2016.**  
<<http://www.icmc.usp.br/pessoas/manfio/Fundamentos.pdf>>

MEDEIROS, C. F. Por uma educação matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. A. V. *Educação Matemática*. São Paulo: Cortez, 1987.

MIORIM, M. A. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

NOGUEIRA, C. M. I. *O desenvolvimento das noções matemáticas na criança e seu uso no contexto escolar: o caso particular do número*. Tese (Doutorado)-Faculdade de Educação, Unesp, Marília, 2002.

**OLIVEIRA, Naysa. Estudos Práticos.** <<http://www.estudopratico.com.br/polinomios/>>

PIAGET, J. *Para onde vai a Educação?* 7. ed. Rio de Janeiro: José Olympio Ed., 1980.

**SÁ, Robison. Polinômios.** <<http://www.infoescola.com/matematica/polinomios>>

SANTOS, V. M. *Matemática: uma construção humana*. In: FELICE, Z. M. (Coord.). *Matemática: livro do estudante: ensino fundamental*. Brasília, DF: MEC/INEP, 2002.

**SILVA, Marcos Noé Pedro da. Classificação do triângulo. 2016.**  
<<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/classificacao-triangulos.htm>>

**\_\_\_\_. Geometria no triângulo retângulo. 2016.**  
<<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/trigonometria-no-triangulo-retangulo.htm>>

SOUZA, Joamir Roberto de. *Vontade de saber matemática, 8º ano*/Joamir Roberto de Souza, Patrícia Rosana Moreno Pataro. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. 4.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TEDESCO, J. C. (Org.). *Educação e Novas Tecnologias: esperança ou incerteza?* São Paulo: Cortez. Brasília: UNESCO, 2004.

VALENTE, J. A. (Org.). *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: UNICAMP/ Núcleo de Informática Aplicada à Educação-NIED, 1999.

# Atividades



## Atividades - Unidade IV

Assinale a alternativa que traz a definição do polinômio:

- A) São as expressões algébricas que se formam a partir da união de duas ou mais variáveis e constantes, que se relacionam por meio de operações de multiplicação, subtração ou adição.
- B) Consiste em uma figura geométrica plana, que é composta por três lados e três ângulos, sendo estes internos.
- C) Como sendo uma superfície plana limitada por uma linha poligonal fechada.
- D) São os sólidos que possuem quatro faces.
- E) São poliedros <http://www.resumoescolar.com.br/matematica/poliedros-prismas-paralelepipedo-e-cubo/> convexos limitados por uma região poligonal (polígono ABCDE do desenho) situada sobre um plano  $\alpha$  e um ponto não pertencente ao plano  $\alpha$  (ponto V do desenho), que serve como vértice do ângulo poliédrico.

É importante observar que os polinômios não são infinitos, não são formados por uma quantidade infinita de termos. Observe-se assim que a divisão é uma operação que nunca faz parte dos

polinômios. Assinale a alternativa que possui uma das características dos polinômios:

- A) É possível ter a presença de ângulos, vértices, diagonais e lados, e é por meio da quantidade de lados que são denominados polinômios.
- B) Pode ser encontrado como figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente.
- C) Uma das características dos polinômios é que, ao somar, subtrair ou multiplicar, o resultado obtido será sempre outro polinômio.
- D) Uma das características é que são construídos de modo que os prolongamentos dos lados nunca ficarão no interior da figura original.
- E) É um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos.

O triângulo é definido como um polígono de três lados com três ângulos, ou qualquer objeto triangular, de acordo com Michaelis (2016). Diante disso, leia as assertivas e assinale a correta com relação aos Triângulos:

- A) Os triângulos são importantes para a geometria, pois por meio destes podemos estabelecer relações fundamentais, como o Teorema de Pitágoras.
- B) Os triângulos podem ser classificados quanto: à medida dos seus lados, medidas dos ângulos e pelo seu tamanho (SILVA, 2016).
- C) A classificação do triângulo quanto à medida dos seus lados consiste em: triângulo acutângulo, triângulo retângulo e triângulo obtusângulo (SILVA, 2016).
- D) O triângulo é um polígono que possui três retas, estas se cruzam duas a duas, o que resulta na formação de três vértices três ângulos e três lados.

Silva (2016) destaca que os triângulos podem ser classificados quanto ao seu tamanho, à medida dos seus lados e à medida dos seus ângulos. Diante disso, leia as assertivas e assinale a correta com relação a classificação dos triângulos quanto à medida dos seus lados e à medida dos seus ângulos:

- A) A classificação do triângulo quanto à medida dos seus ângulos consiste em: triângulo acutângulo, triângulo retângulo e triângulo obtusângulo (SILVA, 2016).
- B) A classificação do triângulo quanto à medida dos seus lados consiste em: triângulo equilátero, triângulo isósceles e triângulo escaleno.
- C) O triângulo isósceles possui dois dos seus lados com medidas iguais, enquanto o triângulo equilátero possui três dos seus lados com medidas iguais.
- D) O triângulo acutângulo possui seus ângulos obtusos com medidas maior que  $90^\circ$  e o triângulo retângulo possui todos os ângulos com suas medidas menores que  $90^\circ$ .

A trigonometria consiste em uma área da matemática que trata das relações entre os lados e os ângulos do triângulo (DORIA, 2007). Diante disso, leia as assertivas e assinale a correta com relação a Trigonometria:

- A) O pensamento da antiguidade estava baseado em um pensamento lógico-expansionista, pois entendiam os elementos a partir do todo.
- B) A trigonometria teve o seu início como uma atividade prática, uma vez que era necessário determinar distâncias que não podiam ser medidas diretamente.

- C) O triângulo é o elemento da geometria mais simples após o ponto e a reta, de acordo com Doria (2007).
- D) Inicialmente, a trigonometria serviu para as áreas de navegação, astronomia e agrimensura, de acordo com Doria (2007).

Os axiomas de congruência expressam a ideia de congruência ou de superposição. A ideia intuitiva que se procura precisar com a noção de congruência é a de que dois segmentos ou ângulos congruentes têm a mesma medida ou podem ser superpostos por um movimento rígido do plano, ou seja, por uma aplicação que não distorça as figuras (MANFIO, 2016). Diante disso, leia as assertivas e assinale a correta com relação ao axioma de congruência:

- A) De acordo com o axioma de congruência se fixarmos o comprimento de um lado do triângulo e sua medida iremos formar o LAL, desta forma, todas as medidas dos lados serão fixadas.
- B) Existem três outros tipos de congruência além do LAL, temos o LLL (lado-lado-lado), LA (ângulo-lado-ângulo) e LLA (lado-lado-ângulo).
- C) A ação de determinar as medidas relativas aos triângulos são denominadas relações métricas em triângulos.
- D) Em todos os casos de congruência se as medidas dos elementos forem fixadas, todas as outras medidas do triângulo também serão fixadas.

Definimos o triângulo como uma figura geométrica plana, que é composta por três lados e três ângulos, sendo estes internos. Diante disso, leia as assertivas e assinale a correta com relação a Trigonometria do triângulo retângulo:

- A) Os ângulos do triângulo são medidos de acordo com a unidade de medida chamada grau.
- B) Cada grau possui sua medida que pode variar de  $0^\circ$  à  $280^\circ$ .
- C) Se somarmos todos os graus de um triângulo, a soma dos ângulos dará  $180^\circ$ .
- D) Na trigonometria do triângulo retângulo são definidas as razões trigonométricas.

No caso do triângulo retângulo são definidas as “razões trigonométricas” que consiste nas relações estabelecidas entre os lados do triângulo, que possuem propriedade de determinar a medida dos ângulos do triângulo, tendo em vista que seus lados são conhecidos. Diante disso, leia as assertivas e assinale a correta com relação a Trigonometria do triângulo retângulo:

- A) Algumas possibilidades de caráter trigonométrico existentes na relação do triângulo retângulo são:  
seno: cateto-adjacente / hipotenusa e tangente: cateto-oposto / hipotenusa.
- B) O teorema de Pitágoras é um importante elemento nas relações com o triângulo retângulo.
- C) A máxima do Teorema de Pitágoras é que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.
- D) As relações no triângulo retângulo admitem três casos: seno, cosseno e tangente.

